

信号検出理論の概要と教授法

井上和哉（首都大学東京）

はじめに

首都大学東京の井上です。よろしくお願ひします。私の内容は信号検出理論の教え方を考えるという内容です。まずは概要をオーソドックスな方法で説明して、そのあとわかりやすいと感じた教科書などの例をいくつか紹介したいと思います。

信号検出理論が想定する状況

信号検出理論とは、携帯電話が振動したか、胸部 X 線写真の中に病気の兆候が見られるか、記憶の実験でテスト刺激が学習時に提示されたかを判断するといったように、ある特定の情報、つまり信号が含まれているか否かを判断するプロセスをモデル化したものです。また、感度の指標や判断基準の指標などのモデルが想定する指標に基づく分析を指す場合もあります。

具体的にどのような状況を想定するかというと、代表的なものでは Yes/No タイプの信号検出課題です。この課題では、信号が実際にあるかないかの 2 パターンと信号があったと答えるか、なかったと答えるかの判断の 2 パターンがあり、反応のパターンが 2×2 の表形式で表現されます (Table 1)。信号が実際にあって参加者の判断として信号があったと報告する正答はヒット、信号があるのに信号がなかったと報告する誤りがミスです。信号がないにもかかわらず、あったと報告する誤りが誤警報 (フォールスアラーム) で、信号が実際にはないときに正しくないと答えられる正答が正棄却 (コレクトリジェクション) です。

Table 1 信号検出理論における反応の分類
参加者の判断

信号の有無	参加者の判断	
	ありと反応	なしと反応
あり	ヒット	ミス
なし	誤警報 (フォールスアラーム)	正棄却 (コレクトリジェクション)

抽象的な話だとわかりにくいので、具体的に説明していきましょう。皆さんは、自分の携帯電話に着信がないのに音が鳴っているとか、携帯電話が振動していると思って間違っ取ってしまったことはないでしょうか。このような現象は幻想振動症候群と言います。ここでは、この現象を例に説明していきしたいと思います。幻想振動症候群の実験をしていると考えてみましょう。ポケットに携帯電話をしまってもらい、100 試行のうち、50 試行では携帯電話を振動させ、残りの 50 試行では振動させないとして。実験参加者の課題は、振動 (信号) があつたかどうかを 1 試行ずつ報告することです。

振動がある 50 試行のうち 35 試行で振動があつたと判断したとします。この場合、 $35/50 = 0.7$ というのがいわゆるヒット率と呼ばれるものであり、振動 (信号) があつたことを正しく報告できた割合になります (Table 2)。振動がある 50 試行のうち 15 試行で振動に気づかなかつたとすると、 $15/50$ の 0.3 がミス、つまり振動があるのに気づかなかつた間違いの割合になります。同様に、振動が提示されない 50 試行のうち、25 試行で振動があつたと誤って答えたとしたら 50% が誤警報率になり、振動なし 50 試行のうち 25 試行で振動がなかったと正しく答えられたら 50% が正棄却率になります。信号検出理論の実験では、以上の 4 種類の指標 (ヒット率、ミス率、誤警報率、正棄却率) を算出し、これらの値をもとに信号あり・なしといった判断がどのように生じたかをモデル化します。

Table 2 信号検出理論における反応の分類の具体例
参加者の判断

信号の有無	参加者の判断	
	振動ありと反応	振動なしと反応
振動あり 50回	ヒット率 35回 $35/50 = 0.7$	ミス率 15回 $15/50 = 0.3$
振動なし 50回	誤警報率 25回 $25/50 = 0.5$	正棄却率 25回 $25/50 = 0.5$

信号やノイズの分布

信号検出理論をもとに、信号ありや信号なしといった反応がどのように生じるかを考えてみましょう。奇妙に思えるかもしれませんが、信号検出理論では、刺激がないにもかかわらず信号に対する内的感覚 (この場合は振動感覚) が生起することを仮定します。この原因はさまざまで、たとえば実際には刺激がない状態でも神経細胞は自発的に発火するため、それによって振動感覚が生じるかもしれません。また、外的な原因、たとえば、ポケットのあたりで服が肌にくすれてしまったり、風が吹いたりしたことが理由でたまたま振動感覚が生じたのかもしれませんが。原因は何にせよ、実際には刺激 (信号) がなくてもかわらず、内的な振動感覚が生じると考えます。これは信号とは無関係に生じるものであるため、ノイズと呼ばれます。

このようなノイズがどのように発生するかというと、基本的には正規分布にしたがって生じると仮定されます。つまり、正規分布の平均値 (μ_n) 付近の強さの振動感覚が頻繁に生じ、それよりも強い (弱い) 振動感覚は分布の平均から離れるにつれて生じにくくなると仮定します (Figure 1)。それでは信号があ

る場合はどうなるでしょうか。信号のある場合もない場合と同様に振動感覚は正規分布に従って生じると仮定します。しかし、信号のある場合は、信号が存在するためにノイズの分布が正の方向 (Figure 1 では右の方向) に移動すると考えます。このため、信号ありの状況での分布の平均 (μ_{s+n}) はノイズ (信号なしの状況で) の分布の平均 (μ_n) よりも、信号の強度の分だけ右方向にずれることになります。それでは分布の分散はどうしたらよいでしょうか。ノイズ分布の分散 (σ_n^2) と信号+ノイズ分布の分散 (σ_{s+n}^2) は必ずしも同じではなくても良いのですが、話を簡単にするために、ここではノイズ分布と信号+ノイズ分布の分散は同じである (等分散である) と仮定します。

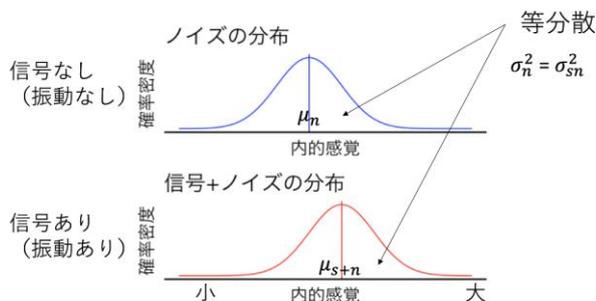


Figure 1. ノイズの分布と信号+ノイズの分布

これらの分布から、信号あり・なしといった反応がどのように生成されるかという、内的な感覚に対する判断基準に基づいて生じます。Figure 2 では、ノイズ分布の場合、縦の実線で示した判断基準 (c) よりも大きい内的感覚が生じたら信号があったと判断され、その判断基準よりも小さい内的感覚が生じたら信号がなかったと判断されます。信号+ノイズ分布でも判断基準の位置は同じであり、判断基準よりも大きな内的感覚が生じたら信号があったと判断し、小さな内的感覚が生じたら信号がなかったと判断します。

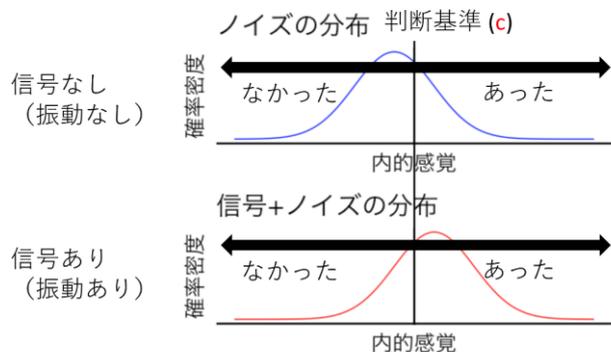


Figure 2. 判断基準 (c) と信号あり・なしの反応との関係

以上の考え方に基づき、分布の面積と実際の課題成績を対応付けることができます (Figure 3)。ノイズ分布において判断基準よりも大きな内的感覚が生じた部分 (面積) は判断の誤りなので誤警報率であり、この判断基準よりも小さい内的感覚が生

じた部分は信号がないと正しく判断できた部分なので正棄却 (コレクトリジェクション) 率になります。同様に、信号+ノイズ分布における判断基準よりも大きい部分は正答なのでヒット率になり、判断基準よりも小さいところは誤答になるのでミス率になります。このようにノイズ分布と信号+ノイズ分布の面積を用いて、実際の課題のパフォーマンスを表現することができます。

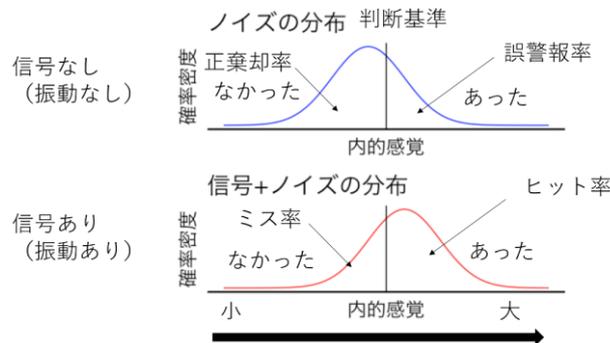


Figure 3. 参加者の課題成績と判断基準の関係

判断基準の位置と 2 つの分布の距離が分かれば、ヒット率を始めとする 4 つの指標が分かれます。ということは、逆に考えれば、これら 4 つの指標がわかれば (正確にはヒット率と誤警報率がわかれば)、判断基準の位置や 2 つの分布の距離が明らかになるのです。これらが感度や反応バイアスといった信号検出理論のパラメタの基になります。判断基準は実験状況によってさまざまに変化し得ます。たとえば、先ほどの振動の例だと、電話がくるという期待を持っていると判断基準を下げて電話が来た (つまり、振動があった) と答えやすくなるかもしれません。一方で、着信がある可能性が低いと思っていれば、判断基準を高く設定し、振動があったと答える可能性は低くなります。このように、判断基準は状況によって変化し、それによってヒット率等の課題成績も変わってしまうので、判断基準に依存しない弁別能力が必要です。これが信号検出理論で感度 (d') と呼ばれるものです。

d' というのはノイズ分布の平均 (μ_n) と信号+ノイズ分布の平均 (μ_{s+n}) の距離をノイズ分布の標準偏差 (σ_n) で割ったものです (Figure 4)。つまり、2 つの分布間の距離がノイズの標準偏差何個分に相当するかを示しています。通常、ノイズ分布の標準偏差を 1 として計算しますので、2 つの分布の平均値差そのものが d' となります (算出方法の詳細は付録参照)。 d' はノイズの分布と信号+ノイズ分布が心的に分離されている程度であり、 d' が大きくなるほどノイズの分布と信号+ノイズ分布が離れていることになります。刺激を強くするほど (たとえば振動を強くするほど)、これらの分布の距離が大きくなると想定できます (Figure 5)。

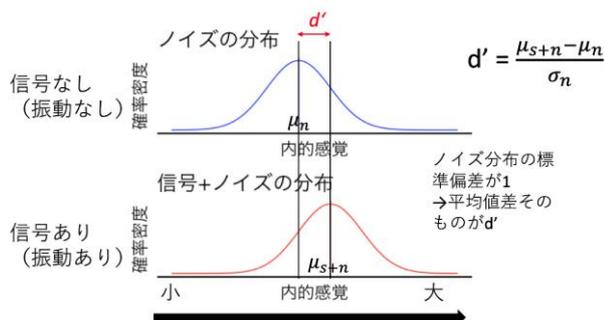


Figure 4. d' の説明

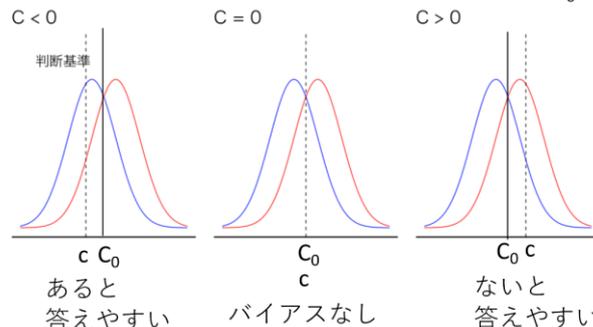


Figure 6. 反応バイアス C の説明

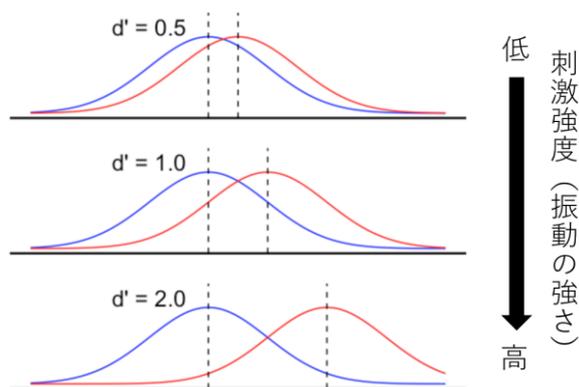


Figure 5. d' と分布間の距離との関係

反応バイアスとは

信号検出理論には、感度の指標である d' に加え、反応バイアスの指標があります。反応バイアスというのは、信号があった/なかったと判断するための境目 (判断基準) がどこにあるかを示す指標です。そのような反応バイアスの指標として C というのがあります。これは判断基準 (c) が2つの分布の平均の中心 (C_0) からどの程度ずれているかを示します (Figure 6)。たとえば、判断基準 (c) が C_0 の位置にあり、ヒット率と正棄却率が等しくなる場合 (つまり、あり・なしの判断に偏りが見られない場合) は、 C は0になります。一方で、判断基準が C_0 よりも小さい場合、つまり信号ありと判断しやすい状況の場合、 C は負の値をとります。それに対し、判断基準が C_0 よりも大きい場合、つまり信号ありと判断しにくい状況の場合、 C は正の値をとります。

C ではなく、 c が分かれば十分だと思える人がいるかもしれませんが、反応バイアスがあるかは c だけでは決まりません。例えば、ノイズ分布の平均が0で c が0.5の状況を考えてみましょう。 d' が1.0の場合、 C は0であり、反応バイアスはないことになります。それに対し、 d' が2.0の場合、 C は0.5であり、ありと答えやすい反応バイアスがあったことを意味します。反応バイアスの有無は d' (正確には、信号+ノイズ分布の位置) の影響を受けるため、 c のみでは反応バイアスがあったかは分からないのです。

Receiver Operating Characteristic (ROC) 曲線とは

信号検出理論において重要な概念としてROC曲線 (受信者操作特性曲線) というものがあります。これは、 d' をある値に固定した状況で判断基準を様々な値に変化させたときに、誤警報率とヒット率がどのように変化するかをプロットしたものです。ROC曲線の形状は d' によって変化します。たとえば、 d' が0でノイズ分布と信号+ノイズ分布が完全に重なった状態では、ROC曲線は直線になります (Figure 7の赤い対角線)。一方で、2つの分布が分離し、感度が高くなるほど、ROC曲線は赤い対角線から離れます。各 d' のROC曲線から明らかなように、同じ d' であっても誤警報率やヒット率は判断基準の位置によって、様々な値を取り得るため、誤警報率やヒット率単独ではパフォーマンスの正確さを示すことができません。

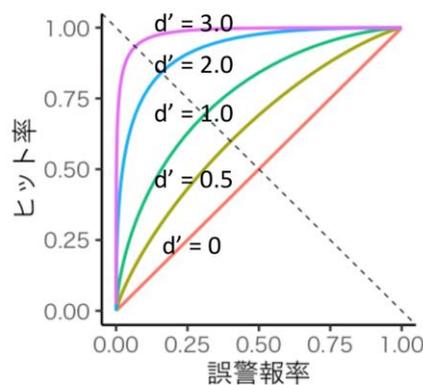


Figure 7. d' がROC曲線に与える影響

ROC曲線を描画するメリットは、等分散の仮定を検証できることです。簡便のため、信号検出理論では通常ノイズ分布と信号+ノイズ分布の分散は等しいと仮定します (等分散の仮定)。等分散の仮定が成立している場合は、ROC曲線は点線で示した対角線に対して左右対称になります (Figure 7)。しかし、何らかの原因によって信号+ノイズ分布の分散が大きくなり (例えばノイズ分布の分散の2倍になり)、等分散の仮定が成立しなくなると、ROC曲線は対角線に対して左右対称にはなりません (Figure 8)。等分散の仮定が満たされていない状況で、等分散を仮定した感度を算出しても無意味です。このため、実験によ

ってはROC曲線を描画し、等分散性を確認した上で、信号検出理論を適用することが必要になります。

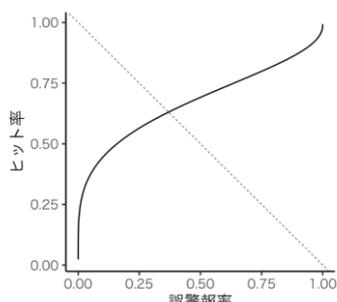


Figure 8. 不等分散の場合のROC曲線

信号検出理論の教授法

最後に、信号検出理論の教授法について、少し考えたいと思います。信号検出理論を学生に理解してもらうのはなかなか難しいと思いますが、その理由の一つにノイズ分布や信号+ノイズ分布の横軸の意味がわかりにくいことがあるのではないかと思います。信号検出理論を説明している書籍では、感覚量（永井, 2011; 岡本, 2006）、感覚の大きさまたは心理連続体（市原, 2017）、観察事象の大きさ（荻阪, 1994）といったラベルを横軸に付けて説明しています。しかし、こうした抽象的概念は学生に直感的には理解しにくいのかもかもしれません。このため、横軸をもう少し具体的なもので説明したほうが初学者には受け入れやすいのかなと思います。ある教科書では（Yantis & Abrams, 2016）、聴覚刺激の提示時にニューロンのスパイク（発火）が生じること、1秒間のスパイク数は試行ごとに異なることを利用して信号検出理論を説明しています。この説明では、スパイク数がある閾値を超えたら聴覚刺激が提示されたと判断することを仮定しています。抽象的でイメージしにくい構成概念よりも、このような具体的なものを使って説明したほうが分かりやすいのかもかもしれません。

具体性という点から、特にわかりやすいと感じたのがリンゼイとノーマンによる認知心理学の古典的な教科書で取り上げられている例です（Lindsay & Norman, 1977）。彼らは特殊なサイコロの目を当てるゲームを使って、信号検出理論の考え方を説明しています。この例では、3個のサイコロがあり、そのうちの2個は普通のものであり、1から6のすべての目が当確率に出ます。残りの1個は特殊なサイコロで、半分は3の目であり、残りの半分は0の目です。参加者が入手できる情報は3個のサイコロの和だけで、その和に基づいて特殊なサイコロの目が0だったか3だったか当てる課題というのをします。この例では、特殊なサイコロの目が3であることが信号であり、残りの2個のサイコロの目がノイズです。信号とノイズが明確で比較的分かりやすいのではないかと思います。特殊なサイコロが0のときに合計点の組み合わせはどのようになるか、特殊なサイコロが3のときに合計点の組み合わせがどのようになるかを示した

ものがTable 3とFigure 9になります。前者の分布が信号検出理論におけるノイズ分布、後者が信号+ノイズ分布に対応します。このように、サイコロを使った例だと、信号なしの状況で得点の分布がどのように生じるか、信号ありの状況で得点の分布がどのように生じるかを、具体的かつ簡単に表現することができます。この状況において、サイコロの和が10以上の場合に特殊なサイコロの目が3であると答える方略をとったとすれば、その値が判断基準になるわけです。また、判断基準の位置を10ではなく、5にしたときにヒット率や誤警率率がどのように変化するかなども、比較的簡単に計算することができます。

このサイコロの例では、感度も容易に変更可能です。先程は特殊なサイコロの目を3として説明していましたが、たとえば特殊なサイコロの目を5に変更し、その状況でのサイコロの和の分布を考えてあげれば、感度が高い状況（つまり、ノイズ分布と信号+ノイズ分布が離れた状況）になるわけです。

以上のように、信号検出理論をわかりやすく教えるには、学生にとって身近な具体例、具体的にイメージしやすい横軸などを使って説明するのが良いではないでしょうか。

Table 3 特殊なサイコロの目が0または3のときに、各サイコロの和が生じる組み合わせの数。Lindsay & Norman (1977)を基に作成。

サイコロ の和	特殊なサイコロの目	
	0	3
0	0	0
1	0	0
2	1	0
3	2	0
4	3	0
5	4	1
6	5	2
7	6	3
8	5	4
9	4	5
10	3	6
11	2	5
12	1	4
13	0	3
14	0	2
15	0	1
16	0	0

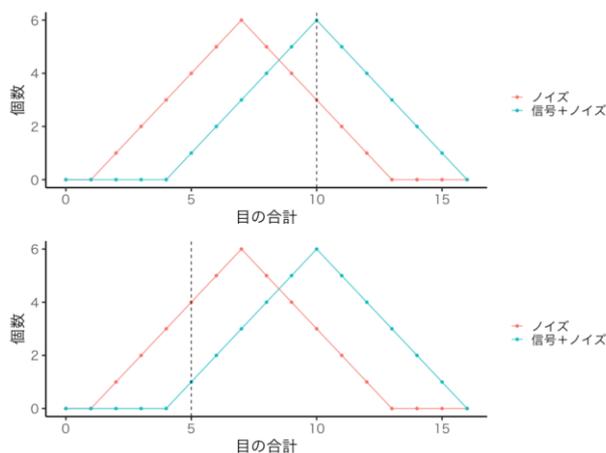


Figure 9. 3つのサイコロを振ったときの目の合計の分布。ノイズ分布は特殊なサイコロの目が0で、信号+ノイズ分布は特殊なサイコロの目が3の場合。

文献

- 市原茂 (2017). 心理物理学的測定法 市原茂・阿久津洋巳・石口彰 (編) 視覚実験研究ガイドブック (pp.26-44) 朝倉書店
- Lindsay, P. H. & Norman, D. A. (1977). *Human Information Processing: An Introduction to Psychology*. New York: Academic Press.
- (リンゼイ, P.H.・ノーマン, D.A. 中溝幸夫・箱田裕司・近藤倫明 (訳) (1983). 情報処理心理学入門II 注意と記憶 (サイエンス社)
- 永井聖剛 (2011). 信号検出理論 村上郁也 (編) 心理学研究法 1 感覚・知覚 (pp.70-97) 誠信書房
- 岡本安晴 (2006). 計量心理学——心の科学的表現をめざして—— 培風館
- 荻阪直行 (1994). 精神物理学的測定法 大山正・今井省吾・和気典二 (編) 新編 感覚・知覚心理学ハンドブック (pp.19-41) 誠信書房
- Stanislaw, H. & Todorov, N. (1999). Calculation of signal detection theory measures. *Behavior Research Methods, Instruments, & Computers*, 31, 137-149.
- Yantis, S., & Abrams, R. A. (2016). *Sensation and Perception* (2nd ed). New York: Worth Publishers.

付記

本稿の内容は、日本認知心理学会第17回大会・研究法研究部会企画ワークショップ(シグナルかノイズか、それが問題だ——信号検出理論の深化とモデリング——)の発表内容に基づくものです。

付録: Excel 及び R での d' と C の算出法

言語	指標	命令
Excel	d'	<code>normsinv(H) - normsinv(F)</code>
	C	<code>-1/2 * (normsinv(H) + normsinv(F))</code>
R	d'	<code>qnorm(H) - qnorm(F)</code>
	C	<code>-1/2 * (qnorm(H) + qnorm(F))</code>

(注) Hはヒット率, Fは誤警報率。計算方法の詳細は永井(2011)を参照。Excelでの計算方法に関しては, Stanislaw & Todorov (1999)を参考に作成。